

SOLUȚII ȘI BAREME-clasa a- V-a

Olimpiada locală de matematică, 26 februarie 2017

$$1. A = \left[2 + 2^8 \cdot 2^7 + 3^{30} : (3^5)^3 \cdot 2 + 2 \cdot (5^2)^8 \right] : (1 + 2^{14} + 3^{15} + 5^{16}) \cdot 1^{2017} - 2 + 4390$$

$$A = 2 \cdot (1 + 2^{14} + 3^{15} + 5^{16}) : (1 + 2^{14} + 3^{15} + 5^{16}) \cdot 1^{2017} - 2 + 4390$$

$$A = 4390$$

3p

$$B = (209 \cdot 42) : 2$$

$$B = 4389$$

3p

$$A > B$$

1p

2. a) 1000, 1005, ..., 9995 avem $(9995 - 1000) : 5 + 1 = 1799 + 1 = 1800$ numere divizibile cu 5.

Sau, folosind principiul produsului, pentru cifra miilor avem 9 posibilități, pentru cifra sutelor 10 posibilități, pentru cifra zecilor 10 posibilități, pentru cifra unităților 2 posibilități, adică

$$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 = 1800 \text{ numere divizibile cu 5.}$$

3p

b) Dacă ultima cifră este 5 atunci, folosind principiul produsului, pentru cifra miilor avem 8 posibilități, pentru cifra sutelor 8 posibilități, pentru cifra zecilor 7 posibilități, adică

$$8 \cdot 8 \cdot 7 = 448 \text{ numere.}$$

Dacă ultima cifră este 0 atunci, folosind principiul produsului, pentru cifra miilor avem 9 posibilități, pentru cifra sutelor 8 posibilități, pentru cifra zecilor 7 posibilități, adică

$$9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \text{ numere.}$$

3p

În total avem 952 numere de patru cifre, cu cifrele distincte două câte două, divizibile cu 5.

1p

3. Dacă $n = 0$ atunci $A = 2 \cdot 10^0 + 7 = 9 = 3^2$ este pătrat perfect.

3p

Dacă $n \geq 1$ atunci $u(A) = u(2 \cdot 10^n + 7) = 7$ deci A nu este pătrat perfect.

4p

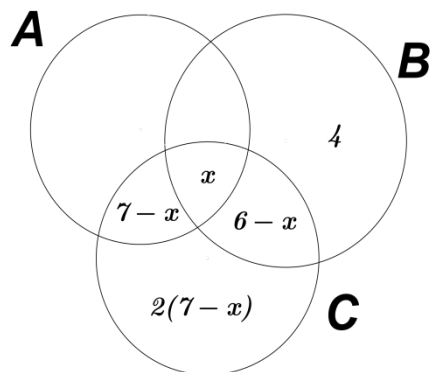
4. Notăm cu: A - mulțimea elevilor care practică fotbal , $\text{card}A = 18$

B - mulțimea elevilor care practică tenis

C - mulțimea elevilor care practică înotul

$$\text{card}(A \cap B \cap C) = x$$

3p



Completând diagrama anterioară cu datele din problemă, unde numerele scrise în interiorul mulțimilor reprezintă cardinalul acestora, avem:

$$18 + 4 + 6 - x + 2(7 - x) = 30$$

$$x = 4$$

Am obținut că 4 elevi practică toate cele trei sporturi.

4p